Дорохов В.М.

Задачи
по обыкновенным дифференциальным уравнением
с ответами.

МОСКВА, 2013

§1. Уравнения с разделяющимися переменными.

1. Найти общее решение уравнения.

1.1. $xydx+(x+1)dy=0$

1.2. $\sqrt{y^2+1}dx=xydy$

1.3. $z'=10^{x+z}$

1.4. $x\frac{dx}{dt}+t=1$

1.5. $(x+1)^3dy-(y-2)^2dx=0$

1.6. $\sec^2x\cdot\sec ydx=-\operatorname{ctg}x\cdot\sin ydy$

1.7. $\left(\sqrt{xy}+\sqrt{x}\right)y'-y=0$

1.8. $2^{x+y}+3^{x-2y}\cdot y'=0$

1.9. $(y+xy)dx+(x-xy)dy=0$

1.10.* $x^2\cdot(2yy'-1)=1$

2. Найти частные решения уравнений.

1.11. $y'\operatorname{ctg}x+y=2$ $\quad y(0)=-1$

1.12. $y'=3\sqrt[3]{y^2}$ $\quad y(2)=0$

1.13. $xy'+y=y^2$ $\quad y(1)=0{,}5$

1.14. $ydx+\operatorname{ctg}xdy=0$ $\quad y\left(\frac{\pi}{3}\right)=-1$

1.15. $S=S'\cdot\cos^2t\cdot\ln S$ $\quad S(\pi)=1$

1.16. $y^2+x^2y'=0$ $\quad y(-1)=1$

1.17. $2(1+e^x)yy'=e^x$ $\quad y(0)=0$

1.18. $(1+x^2)y^3dx-(y^2-1)x^3dy=0$ $\quad y(1)=-1$

1.19. $(1+x^2)dy+ydx=0$ $\quad y(1)=1$

1.20. $xdy+(y-5)dx=0$ $\quad y(-4)=8$

3. Геометрические и физические задачи.

1.21. Найти кривые, для которых площадь треугольника, образованного касательной, ординатой точки касания и осью абсцисс, есть величина постоянная, равная a^2.

1.22. Найти кривые, для которых сумма катетов треугольника построенного как в предыдущей задаче есть величина постоянная, равная *в*.

1.23. Найти уравнение кривой, проходящей через точку (3;1) и обладающей тем свойством, что отрезок касательной между точкой касания и осью *OX* делится пополам в точке пересечения с осью *OY*.

1.24. Найти уравнение кривой, проходящей через точку (–1;–1) и обладающей тем свойством, что отрезок, отсекаемый на оси *OX* касательной, проведенной в любой точке кривой, равен квадрату абсциссы точки касания.

1.25. Кривая проходит через точку (1;2) и обладает тем свойством, что отношение ординаты любой ее точки к абсциссе пропорциональна угловому коэффициенту касательной, проведенной в той же точке, с коэффициентом пропорциональности K=3. Найти уравнение прямой.

1.26. В сосуд, содержащий 10 литров воды, непрерывно поступает со скоростью 2 литра в минуту раствор, в каждом литре которого содержится 0,3 кг соли. Поступающий в сосуд раствор перемешивается с водой и смесь вытекает из сосуда с той же скоростью. Сколько соли будет в сосуде через 5 минут?

1.27. Пуля, двигаясь со скоростью V_0=400 м/с, углубляется в достаточно толстую стену. Сила сопротивления стены сообщает пуле отрицательное ускорение, пропорциональное квадрату ее скорости. Найти скорость пули через 0,001 с после вхождения пули в стену, если коэффициент пропорциональности K=7м$^{-1}$.

1.28. Тело охладилось за 10 минут от 100^0 до 60^0. Температура окружающего воздуха поддерживается равной 20^0. Когда тело остынет до 25^0? (Скорость остывания тела пропорциональна разности температуры тела и окружающей среды).

1.29. За 30 дней распалась 50% первоначального количество радиоактивного вещества. Через сколько времени останется 1% от первоначального количества?

1.30. За какое время вытечет вся вода из цилиндрического бака с диаметром $2R$=1,8 м и высотой H=2,45 м через отверстие в дне диаметром $2r$=6 см? Ось цилиндра вертикальна. Принять, что жидкость из сосуда вытекает со скоростью равной $0{,}6\sqrt{2gh}$, где g=10м/сек^2, h – высота уровня жидкости над отверстием.

§2. Однородные уравнения и приводящиеся к ним.

2.1 $(x+2y)dx-xdy=0$

2.2. $(x-y)dx+(x+y)dy=0$

2.3. $(y^2-2xy)dx+x^2dy=0$

2.4. $y^2+x^2y'=xyy'$

2.5. $(x^2+y^2)y'=2xy$

2.6. $xy'-y=xtg(y/x)$; $y(1)=\frac{\pi}{2}$

2.7. $xdy-ydx=ydy$; $y(-1)=1$

2.8. $(y^2-3x^2)dy+2xydx=0$; $y(1)=-2$

2.9.* $y-xy'=x\sec(y/x)$; $y(1)=\pi$

2.10. Найти уравнение кривой, проходящей через точку (3;4) и обладающей тем свойством, что отрезок, отсекаемой любой касательной на оси ординат, равен удвоенному модулю радиуса-вектора точки касания.

2.11. Найти уравнение кривой, проходящей через точку (1;4) и обладающей тем свойством, что отрезок, отсекаемый на оси ординат любой касательной, равен удвоенной абсциссе точки касания.

2.12. $(2x+y+1)dx+(x+2y-1)dy=0$
2.13. $(x+y+2)dx+(2x+2y-1)dy=0$
2.14. $2(x+y)dy+(3x+3y-1)dx=0;\ y(0)=2$
2.15. $y'=(x+y-2)(y-x-4);\quad y(1)=1$

§3. Линейные уравнения первого порядка и уравнения Бернулли.

3.1. $y'-y=e^x$
3.2. $y'-y\operatorname{ctg}x=\sin x$
3.3. $(1-x^2)y'+xy=1$
3.4. $x^2y'=2xy+3$
3.5. $ds=(2st+t^3)dt$
3.6. $y'+\frac{y}{1+x}+x^2=0$
3.7. $y'-2xy=xe^{-x^2}$
3.8. $y'-3x^2y-x^2=0$
3.9. $xy'-y=x\sqrt{x}$
3.10. $y'-\frac{y}{x}=x\cos x$
3.11. $y'-y\operatorname{tg}x+y^2\cos x=0$
3.12. $y'+2y=y^2e^x$
3.13. $x^2y^2y'+xy^3=1$
3.14. $(x+1)(y'+y^2)=-y$
3.15. $xydy=(y^2+x)dx$
3.16. $y'+y=\frac{e^{-x}}{1+x^2};\ y(0)=2$
3.17. $y'-y\sin x=e^{-\cos x}\sin 2x;\ y\left(\frac{\pi}{2}\right)=3$
3.18. $y'-\frac{3y}{x}=x^3e^x;\ y(1)=e$
3.19. $ydx-(3x+1+\ln y)dy=0;\ y\left(-\frac{1}{3}\right)=1$
3.20. $ydx+2xdy=2\sqrt{y}\sec^2 y\,dy;\ y(0)=\pi$

3.21. Найти кривые, у которых площадь трапеции, ограниченной осями координат, касательной и ординатой точки касания, есть величина постоянная, равная $3a^2$.

3.22. Найти кривые, у которых площадь треугольника, ограниченного касательной, осью абсцисс и отрезком от начала координат до точки касания, есть величина постоянная, равная a^2.

3.23. Точка масса m движется прямолинейно: на нее действует сила, пропорциональная времени, протекающему от момента, когда скорость равнялась нулю (коэффициент пропорциональности равен K_1). Кроме того, точка испытывает сопротивление среды, пропорциональное скорости (коэффициент пропорциональности равен K_2). Найти зависимость скорости от времени.

3.24. В баке находится 100л раствора, содержащего 10кг соли. В бак втекает 5л воды в минуту, а смесь с той же скоростью переливается в другой 100-литровый бак, первоначально наполненный чистой водой. Избыток жидкости из него выливается. Когда количество соли во втором баке будет наибольшим? Чему оно равно?

§4. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

4.1. $(2y-3)dx+(2x+3y^2)dy=0$

4.2. $2xydx+(x^2-y^2)dy=0$

4.3. $(2-9xy^2)xdx+(4y^2-6x^3)ydy=0$

4.4. $(x+\ln|y|)dx+\left(1+\frac{x}{y}+\sin y\right)dy=0$

4.5. $(3x^2y^2+7)dx+2x^3ydy=0$

4.6. $(e^y+ye^x+3)dx=(2-xe^y-e^x)dy$

4.7. $\sin(x+y)dx+x\cos(x+y)(dx+dy)=0$

4.8. $\frac{y}{x}dx+(y^3+\ln x)dy=0$

4.9. $(2x+ye^{xy})dx+(1+xe^{xy})dy=0;\ y(0)=1$

4.10. $^*\left(\frac{y^2+\sin 2x}{y}+1\right)dx-\left(\frac{\sin^2 x}{y^2}-x\right)dy=0$

Решить уравнение, подобрав интегрирующий множитель или сделав замену переменных.

4.11. $(x^2+y^2+x)dx+ydy=0$

4.13. $xdx=(xdy+ydx)\sqrt{1+x^2}$

4.15. $y^2dx-(xy+x^3)dy=0$

4.12. $(x^2+y^2+y)dx-xdy=0$

4.14. $xy^2(xy'+y)=1$

§5. Разные уравнения первого порядка.

5.1. $y'+y=xy^3$

5.2. $(xy^2-x)dx+(y+xy)dy=0$

5.3. $yy'+y^2\operatorname{ctg}x=\cos x$

5.4. $(e^y+2xy)dx+(e^y+x)xdy=0$

5.5. $y(y-xy')=\sqrt{x^4+y^4}$

5.6. $x^2(dy-dx)=(x+y)ydx$

5.7. $(\cos x-x\sin x)ydx+(x\cos x-2y)dy=0$

5.8. $(1-x^2y)dx+x^2(y-x)dy=0$

5.9. $xy'(\ln y-\ln x)=y$

5.10. $yy'=4x+3y-2$

5.11. $\left(x-y\cos\frac{y}{x}\right)dx+x\cos\frac{y}{x}dy=0$

5.12. $(2x+3y-1)dx+(4x+6y-5)dy=0$

5.13. $yy'+xy=x^3$

5.14 $x(x-1)y'+y^3=xy$

5.15. $(x^2+y^2+1)yy'+(x^2+y^2-1)x=0$

§6. Уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.

6.1. $y'''=-\cos x$

6.2. $y'''=\frac{2}{x^3}$

6.3. $y''=\frac{1}{(x-1)^3}-\frac{1}{(x+1)^3}$

6.4. $y''=e^x+\frac{3}{4}x^{-\frac{5}{2}}$

6.5. $y''=x\sin x$

6.6. $(1-x^2)y''-xy'=0$

6.7. $y''-2y'\operatorname{ctg}x=\sin^3 x$

6.8. $y''+\frac{y'}{x}=0$

6.9. $(1+x^2)y''+(y')^2+1=0$

6.10. $xy''-y'=0$

6.11. $1+(y')^2+yy''=0$

6.12. $y''\operatorname{tg}y=2(y')^2$

6.13. $2yy''=(y')^2$

6.14. $2yy''+(y')^2+(y')^4=0$

6.15. $y''+2y(y')^3=0$

6.16. $y''=3x^2$; $y(0)=2$; $y'(0)=1$

6.17. $y''-y'\operatorname{ctg}x=\sin x$; $y\left(\frac{\pi}{2}\right)=1$; $y'\left(\frac{\pi}{2}\right)=\left(\frac{\pi}{2}\right)$

6.18. $(x+2)\,y''-y'=0$; $y(0)=-2$; $y'(0)=5$

6.19. $2y''=3y^2$; $y(-2)=1$; $y'(-2)=-1$

6.20. $yy''=(y')^2-(y')^3$; $y(1)=1$; $y'(1)=-1$

§7. Однородные уравнения высших порядков.

1. Найти общее решение уравнений.

7.1. $y''-2y'=0$

7.2. $y''+y'-2y=0$

7.3. $y''-5y'-6y=0$

7.4. $y''+4y'+3y=0$

7.5. $y''-2y'+y=0$

7.6. $4y''+4y'+y=0$

7.7. $y''+2y'+10y=0$

7.8. $y''+4y=0$

7.9. $y'''-6y''+13y'=0$

7.10. $y'''-8y=0$

7.11. $\frac{d^4y}{dx^4}-y=0$

7.12. $y^{(4)}+13y^{(2)}+36y=0$

7.13. $y^{(4)}+2y^{(2)}+y=0$

7.14. $y^{(7)}+2y^{(5)}+y^{(3)}=0$

2. Найти частное решение уравнения.

7.15. $y''-5y'+4y=0$; $y(0)=0$; $y'(0)=3$

7.16. $y''-2y'+2y=0$; $y(0)=1$; $y'(0)=0$

7.17. $2y''-7y'-15y=0$; $y(0)=4$; $y'(0)=5$

7.18. $y''+4y'+5y=0$; $y(0)=;-3$; $y'(0)=0$

7.19. $y''-y=0$; $y(0)=0$; $y'(0)=1$

7.20. $y'''+3y''+3y'+y=0$; $y(0)=;-1$; $y'(0)=2$; $y''(0)=3$

§8. Линейные неоднородные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами.

8.1. $y''-2y'-3y=e^{4x}$

8.2. $y'''+4y''+3y'=3e^x$

8.3. $y''+y=3\cos x$

8.4. $y''+6y'+5y=25x^2-2$

8.5. $y''-2y'+10y=37\cos 3x$

8.6. $y''-6y'+9y=3x-8e^x$

8.7. $y'''+4y'=8e^{2x}+5e^x\sin x$

8.8. $y''-y'=x+1;\ y(0)=0;\ y'(0)=2$

8.9. $y''-3y'+2y=e^{3x}(3-4x);\ y(0)=0;\ y'(0)=0$

8.10. $y''-4y'+3y=xe^{2x};\ y(0)=0;\ y'(0)=0$

8.11. $y''-5y'+6y=2\cos x;\ y(0)=3;\ y'(0)=\frac{1}{2}$

8.12. $y''-3y'-4y=17\sin x;\ y(0)=5;\ y'(0)=6$

8.13. $y''+2y'+y=x+\cos x;\ y(0)=0;\ y'(0)=0$

8.14. $y''-4y'+4y=2(\sin 2x+x);\ y(0)=0;\ y'(0)=-1$

8.15. $y''-2y'+y=\frac{e^x}{x}$

8.16. $y''+3y'+2y=\frac{1}{e^x+1}$

8.17. $y''+y=\frac{1}{\sin x}$

8.18. $y''+4y=2\operatorname{tg}x$

8.19. $y''+2y'+y=3e^{-x}\sqrt{x+1}$

8.20. $y''+4y'=\frac{1}{\cos 2x}$

Ответы:

§1. Уравнения с разделяющими переменными.

1.1. $y=\frac{c(x+1)}{e^x}$; $x=-1$

1.2. $\ln ex=\sqrt{y^2+1}$

1.3. $z=-\ln(c-10^x)$

1.4. $x^2+t^2-2t=c$

1.5. $-\frac{1}{y-2}+\frac{1}{2(x+1)^2}=c$

1.6. $\operatorname{tg}^2x+\sin^2y=c$

1.7. $2\sqrt{y\ln|y|-2\sqrt{x}}=c$

1.8. $\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^x}{\ln\frac{2}{3}}-\frac{1}{18^y\ln 18}=c$

1.9. $x-y+\ln|xy|=c$

1.10. $x(y^2+c)=x^2-1$

1.11. $y=2-3\cos x$

1.12. $\sqrt[3]{y}=x-2$

1.13. $y(x+1)=1$

1.14. $y=-2\cos x$

1.15. $\ln^2 s-2\operatorname{tg}t=0$

1.16. $x+y=0$

1.17. $2e^{y^2}=e^x+1$

1.18. $\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}=2\left(1+\ln\left|\frac{x}{y}\right|\right)$

1.19. $\ln y=\frac{\pi}{4}-\operatorname{arctg}x$

1.20. $y=5-\frac{12}{x}$

1.21. $y=\frac{2a^2}{(c\pm x)}$

1.22. $b\ln|y|-y=\pm x+c;\ (0<y<b)$

1.23. $x=3y^2$

1.24. $y=\frac{2x}{(1-x)}$

1.25. $y=2\sqrt[3]{x}$

1.26. $3-3e^{-1}\approx 1{,}9$кг. соли

1.27. ≈105,3 м/с

1.28. 40 мин.

1.29. 200 дней.

1.30. 17,5 мин.

§2. Однородные уравнения и приводящиеся к ним.

2.1. $x^2=c(x+y)$; $x=0$

2.2. $\ln(x^2+y^2)+2\operatorname{arctg}\left(\frac{y}{x}\right)=c$

2.3. $x(y-x)=cy$; $y=0$

2.4. $x\ln|yc|=y$

2.5. $y^2-x^2=cy$

2.6. $y=x\cdot\arcsin x$

2.7. $x=-y(1+\ln|y|)$

2.8. $3y^3=8(x^2-y^2)$

2.9. $\sin\left(\frac{y}{x}\right)+\ln|x|=0$

2.10. $x\left(y+\sqrt{x^2+y^2}\right)=27$

2.11. $y=-2x\ln|x|+4x$

2.12. $x^2+y^2+xy+x-y=c$

2.13. $x+2y+5\ln|x+y-3|=c$

2.14. $3x+2y-4+2\ln|x+y-1|=0$

2.15. $x^2-y^2+2xy-4x+8y-6=0$

§3. Линейные уравнения первого порядка и уравнение Бернулли.

3.1. $y=e^x(x+c)$

3.2. $y=\sin(x+c)$

3.3. $y=\frac{(\arcsin x+c)}{\sqrt{1+x^2}}$

3.4. $y=cx^2-\frac{1}{x}$

3.5. $s=-\frac{t^2}{2}-\frac{1}{2}+ce^{t^2}$

3.6. $y=\frac{1}{1+x}\left(c-\frac{x^3}{3}\right)$

3.7. $y=ce^{x^2}-\frac{1}{2e^{x^2}}$

3.8. $y=ce^{x^3}-\frac{1}{3}$

3.9. $y=2x\sqrt{x}+cx$

3.10. $y=x(\sin x+c)$

3.11. $y=\frac{1}{\cos(x+c)}$

3.12. $y\left(e^x+ce^{2x}\right)=1$; $y=0$

3.13. $y=\sqrt[3]{\frac{3}{2c}+\frac{c}{x^3}}$

3.14. $y(x+1)(\ln|x+1|+c)=1$

3.15. $y^2=cx^2-2x$; $x=0$

3.16. $y=e^{-x}(\operatorname{arctg}x x+2)$

3.17. $y=\left(\frac{5}{2}-\frac{1}{2}\cos 2x\right)\cdot\frac{e^{-}}{\cos x}$

3.18. $y=x^3e^x$

3.19. $x=\frac{y^3-4}{9}-\frac{1}{3}\ln y$

3.20. $xy^2=(\ln|\cos y|+yt\,dy)^2$

3.21. $xy=cx^3-2a^2$

3.22. $xy=a^2+cy^2$

3.23. $v=\frac{k_1}{k_2}t-\frac{k_1m}{k_2^2}+ce^{\frac{k^2}{m}t}$

3.24. через 20 мин; 3,68кг

§4. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

4.1. $2xy-3x+y^3=c$

4.2. $3x^2y-y^3=c$

4.3. $x^2-3x^3y^2+y^4=c$

4.4. $\frac{x^2}{2}+x\ln|y|+y-\cos y=c$

4.5. $x^3y^2+7x=c$ 4.6. $xe^y+ye^x+3x-2y=c$

4.7. $x\sin(x+y)=c$ 4.8. $4y\ln x+y^4=c$

4.9. $x^2+y+e^{xy}=2$ 4.10. $x(1+y)+\frac{\sin^2 x}{y}=c$

4.11. $2x+\ln(x^2+y^2)=c$ 4.12. $x+\operatorname{arctg}\left(\frac{x}{y}\right)=c$

4.13. $\sqrt{1+x^2}-xy=c$ 4.14. $2x^3y^3-3x^2=c$

4.15. $y^2=x^2(c-2y)$; $x=0$

§5. Разные уравнения первого порядка.

5.1. $y^2(ce^{2x}+x+0{,}5)=1$; $y=0$ 5.2. $y^2=1+c(x+1)^2e^{-2x}$

5.3. $3y^2=2\sin x+c\sin^{-2}x$ 5.4. $x(e^y+xy)=c$

5.5. $y^2+\sqrt{x^4+y^4}=c$ 5.6. $y=x\operatorname{tg}\ln cx$; $x=0$

5.7. $xy\cos x-y^2=c$ 5.8. $\frac{y^2}{2}-\frac{1}{x}-xy=c$; $x=0$

5.9. $y(\ln y-\ln x-1)=c$ 5.10. $(y-4x+2)^4(2y+2x-1)=c$

5.11. $\sin\frac{y}{x}=-\ln cx$ 5.12. $(2x+3y-1)^3=ce^{x+2y}$

5.13. $(y+x^2)^2(2y-x^2)=c$ 5.14. $(x-1)^2=y^2(2x-2\ln cx)$

5.15. $(x^2+y^2+1)^2=4x^2+c$

§6. Уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.

6.1. $y=\sin x+c_1x^2+c_2x+c_3$ 6.2. $y=\ln|x|+c_1x^2+c_2x+c_3$

6.3. $y=\frac{1}{x^2-1}+c_1x+c_2$ 6.4. $y=e^x+\frac{1}{\sqrt{x}}+c_1x+c_2$

6.5. $y=c_1x+c_2-x\sin x-2\cos x$ 6.6. $y=c_1\arcsin x+c_2$

6.7. $y=\frac{c_1}{2}x-\frac{c_1}{4}\sin 2x-\frac{\sin^3 x}{3}+c_2$ 6.8. $y=c_1\ln|x|+c_2$

6.9. $y=-c_1x+\left(c_1^2+1\right)\ln|c_1+x|+c_2$ 6.10. $y=c_1x^2+c_2$

6.11. $x=c_2-\sqrt{c_1-y^2}$ 6.12. $y=\operatorname{arctg}(c_2-c_1x)$

6.13. $2\sqrt{y}=c_1x+c_2$ 6.14. $2\sqrt{(y-c_1)^3}=3\sqrt{c_1x}+3c_2$

6.15. $y^3-c_1y=3x+c_2$ 6.16. $4y=x^4+4x+8$

6.17. $y=-x\cos x+\sin x$ 6.18. $y=\frac{5}{4}x^2+5x-2$

6.19. $y=\frac{4}{(x+4)^2}$ 6.20. $y-x=2\ln|y|$

§7. Однородные уравнения высших порядков.

7.1. $y=c_1+c_2e^{2x}$

7.2. $y=c_1e^{-2x}+c_2e^{x}$

7.3. $y=c_1e^{6x}+c_2e^{-x}$

7.4. $y=c_1e^{-x}+c_2e^{-3x}$

7.5. $y=e^{x}(c_1+c_2x)$

7.6. $y=e^{-\frac{x}{2}}(c_1+c_2x)$

7.7. $y=e^{-x}(c_1\cos3x+c_2\sin3x)$

7.8. $y=c_1\cos2x+c_2\sin2x$

7.9. $y=c_1+e^{3x}(c_2\cos2x+c_3\sin2x)$

7.10. $y=c_1e^{2x}+e^{-x}(c_2\cos x\sqrt{3}\,x+c_3\sin x\sqrt{3}\,x)$

7.11. $y=c_1e^{-x}+c_2e^{x}+c_3\cos x+c_4\sin x$

7.12. $y=c_1\cos2x+c_2\sin2x+c_3\cos3x+c_4\sin3x$

7.13. $y=(c_1+c_2x)\cos x+(c_3+c_4x)\sin x$

7.14. $y=c_1+c_2x+c_3x^2+(c_4+c_5x)\cos x+(c_6+c_7x)\sin x$

7.15. $y=e^{4x}-e^{x}$

7.16. $y=e^{x}(\cos x-\sin x)$

7.17. $y=\frac{22}{13}e^{5x}+\frac{30}{13}e^{-\frac{3}{2}x}$

7.18. $y=-3e^{-2x}(\cos x+2\sin x)$

7.19. $y=\frac{1}{2}(e^{x}-e^{-x})$

7.20. $y=e^{-x}(3x^2+x-1)$

§8. Линейные неоднородные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами.

8.1. $y=\frac{1}{5}e^{4x}+c_1e^{3x}+c_2e^{-x}$

8.2. $y=c_1+c_2e^{-x}+c_3e^{-3x}+\frac{3}{8}e^{x}$

8.3. $y=c_1\cos x+\sin x\left(c_2+\frac{3}{2}x\right)$

8.4. $y=c_1e^{-5x}+c_2e^{-x}+5x^2-12x+12$

8.5. $y=e^{x}(c_1\cos3x+c_2\sin3x)+\cos3x-6\sin3x$

8.6. $y=e^{3x}(c_1+c_2x)\frac{1}{3}x+\frac{2}{9}-2e^{x}$

8.7. $y=c_1+c_2\cos2x+c_3\sin2x+\frac{1}{2}e^{2x}+\frac{1}{4}e^{x}(\sin x-3\cos x)$

8.8. $y=4e^{x}-4-\frac{1}{2}x^2-2x$

8.9. $y=e^{3x}(4{,}5-2x)+2{,}5e^{x}-7e^{2x}$

8.10. $y=-\frac{1}{2}e^{x}+\frac{1}{2}e^{3x}-xe^{2x}$

8.11. $y=-7{,}7e^{x}+4{,}9e^{3x}-0{,}2\cos x-0{,}2\sin x$

8.12. $y=2{,}4e^{-x}+1{,}1e^{4x}-2{,}5\sin x+1{,}5\cos x$

8.13. $y=e^{-x}\left(2+\frac{1}{2}x\right)+x-2+\frac{1}{2}\sin x$

8.14. $y=-\frac{3}{4}e^{2x}+\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\cos2x$

8.15. $y=e^x(x\ln|x|+c_1x+c_2)$

8.16. $y=(e^{-x}+e^{-2x})\ln|e^x+1|+c_1e^{-2x}+c_2e^{-x}$

8.17. $y=\sin x(c_1+\ln|\sin x|)+\cos x(c_2-x)$

8.18. $y=\cos 2x(c_1-x)+\sin 2x(c_2+\ln|\cos x|)$

8.19. $y=e^{-x}\left(\frac{4}{5}\sqrt{(x+1)^5}+c_1x+c_2\right)$

8.20. $y=\frac{1}{4}\cos 2x\ln|\cos 2x|+\frac{1}{2}x\sin 2x+c_1\cos 2x+c_2\sin 2x$